

Índice de materias

Prefacio	2
Introducción	3
1 Ejemplos de procesos modelados por Ecuaciones Diferenciales	4
1.1 Desintegración de sustancias radioactivas	4
1.2 Mecánica Newtoniana	5
1.3 Evolución de la población de una sola especie (Proceso biológico social)	5
1.4 Evolución de la Población de dos especies predador-presa	7
2 Ecuaciones Diferenciales. Solución General. Solución Particular.	9
2.1 Generalidades	9
2.1.1 Ecuación Diferencial	9
2.1.2 Interpretación Geométrica de una Ecuación Diferencial de 1 ^{er} orden	11
2.1.3 Ejemplo de ecuaciones de 1 ^{er} orden en problemas prácticos. (físicos)	12
2.1.4 El Problema de Cauchy	14
2.2 Ecuaciones Diferenciales de 1 ^{er} Orden resueltas respecto de y'	18
2.2.1 Ecuaciones Exactas	18
2.2.2 Ecuaciones de variables separables	22
2.2.3 Factor Integrante	24
2.2.4 Ecuaciones Homogéneas	28
2.2.5 Ecuaciones reductibles a homogéneas	31
2.2.6 Ecuaciones Lineales de 1 ^{er} Orden	34
2.2.7 Ecuaciones Diferenciales de 1 ^{er} Orden reductibles a Lineales	40
2.2.8 Ecuaciones Algebraicas en y'	44
2.3 Ecuaciones Diferenciales de 1 ^{er} Orden no resueltas respecto de y' , integrables por métodos elementales	45
2.4 Integración Gráfica de las Ecuaciones Diferenciales de 1 ^{er} Orden	57
2.4.1 Método de las poligonales; (Euler)	57

2.4.2	Método de Isoclinas	60
2.5	Trayectorias Isogonales y Ortogonales	62
2.5.1	Trayectorias Isogonales	62
2.5.2	Trayectorias Ortogonales	65
2.6	Teorema de Existencia para Ecuaciones Diferenciales de 1 ^{er} Orden	67
2.6.1	El Método de las Aproximaciones Sucesivas	72
2.7	Soluciones Singulares	73
2.7.1	Soluciones Singulares de la ecuación $y' = f(x, y)$	73
2.7.2	Soluciones singulares de la ecuación $F(x, y, y') = 0$	77
2.7.3	Determinación de las Soluciones Singulares usando la Solución General	80
3	Aplicaciones	86
3.0.4	Análisis de Compartimientos	86
3.0.5	Ley de Enfriamiento de Newton	89
3.0.6	Bacterias en la leche	90
3.0.7	Curvas de persecución	92
3.0.8	Modelo Newtoniano	93
4	Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior	96
4.1	Generalidades	96
4.1.1	Solución particular, solución general	96
4.1.2	Integrales Intermedias, Integral Primera	98
4.2	Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior integrable por Cuadraturas	100
4.2.1	La Ecuación: $F(x, y^{(n)}) = 0$	103
4.2.2	La Ecuación: $F(y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$	105
4.2.3	La Ecuación: $F(y^{(n-2)}, y^{(n)}) = 0$	107
4.3	Ecuaciones a las que se les puede bajar el orden	108
4.3.1	La ecuación :	108
4.3.2	La ecuación $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	109
4.3.3	La ecuación $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$	111
4.3.4	La ecuación $F(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}) = 0$	113
4.3.5	La ecuación $F(y, xy', x^2y'', \dots, x^ny^{(n)}) = 0$	114
4.3.6	Otros casos	115
4.4	Ecuaciones Diferenciales de Orden n Lineales y Homogéneas	117
4.4.1	Propiedades Generales	117
4.4.2	Dependencia Lineal	118
4.4.3	Solución general de una Ecuación Diferencial Lineal	122
4.4.4	Construcción de la Ecuación Diferencial Lineal de orden n dado el Sistema Fundamental de Soluciones	126
4.4.5	Solución al Problema de Cauchy	129
4.4.6	Reducción del orden de una ecuación lineal y homogénea	130
4.5	Ecuaciones Diferenciales de orden n Lineales y No Homogéneas	132

4.5.1	Solución general de una ecuación no homogénea	132
4.5.2	Método de Variación de las constantes para determinar una solución particular de la Ecuación no homogénea	133
4.6	Ecuaciones Diferenciales de orden n , Lineales con coeficientes cons- tantes	138
4.6.1	Ecuaciones homogéneas	138
4.6.2	La ecuación característica tiene raíces distintas	139
4.6.3	La ecuación característica tiene raíces múltiples	144
4.6.4	Ecuaciones No Homogéneas	148
4.7	La Ecuación de Euler	157
4.7.1	Solución general de una ecuación de Euler, homogénea	158
4.7.2	La Ecuación de Euler No Homogénea	164
5	Sistemas de Ecuaciones Diferenciales	167
5.1	Propiedades Generales	167
5.1.1	Generalidades	167
5.1.2	Transformación de un Sistema de Orden Superior en un Sis- tema de Primer Orden	168
5.2	Teorema de Existencia para Sistemas de Ecuaciones Diferenciales	172
5.2.1	Problema de Cauchy	172
5.2.2	Consecuencias del Teorema de Existencia	178
5.2.3	Consecuencias del Teorema de Existencias	179
5.3	Sistema de Ecuaciones Diferenciales Lineales de 1 ^{er} Orden	181
5.3.1	Sistemas de ecuaciones Lineales y Homogéneos	181
5.3.2	Forma matricial de un sistema lineal	182
5.3.3	Soluciones Particulares (Wronskiano)	182
5.3.4	Solucion General de un Sistema Homogéneo	185
5.3.5	Sistemas Lineales No Homogéneos. Método de variación de parámetros	188
5.4	Sistema de Ecuaciones Lineales con coeficiantes constantes	191
5.4.1	Sistemas homogéneos	191
5.4.2	Método de Euler para sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y homogéneas con coeficientes constantes	195
5.4.3	Método de Variación de las Constantes	201
6	Integración de Ecuaciones Diferenciales por medio de Series	205
6.0.4	Desarrollo de la Solución en una Serie de Potencia General- izada	209
6.1	Transformada de Laplace	217
6.1.1	Resolución de problemas de valor inicial	217
6.1.2	Propiedad de traslación de la transformada	217
6.1.3	Transformada Inversa de Laplace	219
6.1.4	Linealidad de la Transformada de Laplace Inversa	220
6.2	Una pequeña introducción a la Teoría de Estabilidad	224

6.2.1	Estabilidad según Liapunov	224
6.2.2	Tipos Elementales de Puntos de Reposo	226
6.2.3	I.- $\lambda_1 \neq \lambda_2$ reales	227
7	Ejercicios Resueltos	231
	Ejercicios Propuestos	259