

Contenido

1	Sistemas de ecuaciones lineales y matrices	1
1.1	Introducción	1
1.2	Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	2
1.3	m ecuaciones con n incógnitas: eliminación de Gauss-Jordan y gaussiana	7
	<i>Semblanza de . . . Carl Friedrich Gauss</i>	23
	Introducción a MATLAB	32
1.4	Sistemas de ecuaciones homogéneos	39
1.5	Vectores y matrices	45
	<i>Semblanza de . . . Sir William Rowan Hamilton</i>	54
1.6	Productos vectorial y matricial	61
	<i>Semblanza de . . . Arthur Cayley y el álgebra de matrices</i>	76
1.7	Matrices y sistemas de ecuaciones lineales	91
1.8	Inversa de una matriz cuadrada	98
1.9	Transpuesta de una matriz	122
1.10	Matrices elementales y matrices inversas	127
1.11	Factorizaciones LU de una matriz	139
1.12	Teoría de gráficas: una aplicación de matrices	156
	Resumen	164
	Ejercicios de repaso	168
2	Determinantes	172
2.1	Definiciones	172
2.2	Propiedades de los determinantes	187
2.3	Demostración de tres teoremas importantes y algo de historia	204
	<i>Semblanza de . . . Breve historia de los determinantes</i>	209
2.4	Determinantes e inversas	210
2.5	Regla de Cramer	218
	Resumen	223
	Ejercicios de repaso	225
3.	Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3	227
3.1	Vectores en el plano	227
3.2	El producto escalar y las proyecciones en \mathbb{R}^2	240
3.3	Vectores en el espacio	250
3.4	El producto cruz de dos vectores	261

	<i>Semblanza de . . . Josiah Willard Gibbs y los orígenes del análisis vectorial</i>	268	
3.5	Rectas y planos en el espacio	273	
	Resumen	286	
	Ejercicios de repaso	288	
4	Espacios vectoriales	291	
4.1	Introducción	291	
4.2	Definición y propiedades básicas	292	
4.3	Subespacios	299	
4.4	Combinación lineal y espacio generado	305	
4.5	Independencia lineal	317	
4.6	Bases y dimensión	337	
4.7	Rango, nulidad, espacio de los renglones y espacio de las columnas de una matriz	348	
4.8	Cambio de base	372	
4.9	Bases ortonormales y proyecciones en \mathbb{R}^n	393	
4.10	Aproximación por mínimos cuadrados	417	
4.11	Espacios con producto interno y proyecciones	439	
4.12	Fundamentos de la teoría de espacios vectoriales: existencia de una base (opcional)	451	
	Resumen	458	
	Ejercicios de repaso	463	
5	Transformaciones lineales	465	
5.1	Definición y ejemplos	465	
5.2	Propiedades de las transformaciones lineales: imagen y núcleo	478	
5.3	Representación matricial de una transformación lineal	485	
5.4	Isomorfismos	511	
5.5	Isometrías	519	
	Resumen	528	
	Ejercicios de repaso	531	
6	Eigenvalores, eigenvectores y formas canónicas	533	
6.1	Eigenvalores y eigenvectores	533	
6.2	Un modelo de crecimiento de población (opcional)	556	
6.3	Matrices semejantes y diagonalización	564	
6.4	Matrices simétricas y diagonalización ortogonal	576	
6.5	Formas cuadráticas y secciones cónicas	585	
6.6	Forma canónica de Jordan	596	
Cálculo	6.7 Una aplicación importante: forma matricial de ecuaciones diferenciales	606	
	6.8 Una perspectiva diferente: los teoremas de Cayley-Hamilton y Gershgorin	619	
	Resumen	628	
	Ejercicios de repaso	633	

Apéndice 1	Inducción matemática	A-1
	Inducción matemática	A-6
Apéndice 2	Números complejos	A-9
Apéndice 3	El error numérico en los cálculos y la complejidad computacional	A-19
Apéndice 4	Eliminación gaussiana con pivoteo	A-28
Apéndice 5	Utilización de MATLAB	A-35
	Respuestas a los problemas impares	A-39
Índice	I-1	

Contenido de los problemas de MATLAB

Se enumeran los conjuntos de problemas de MATLAB y los temas de interés especial.

1 Sistemas de ecuaciones lineales y matrices

Introducción a MATLAB	32	
Tutoría de MATLAB	33	
1.3 m ecuaciones con n incógnitas: eliminación de Gauss-Jordan y gaussiana	34	
<i>distribución de calor</i>	36	
<i>modelo de insumo-producto de Leontief</i>	37	
<i>flujo de tráfico</i>	37	
<i>ajuste de polinomios a puntos</i>	38	
1.4 Sistemas de ecuaciones homogéneos	44	
<i>balanceo de reacciones químicas</i>	44	
1.5 Vectores y matrices	59	
<i>introducción eficiente de matrices dispersas</i>	60	
1.6 Productos vectorial y matricial	86	
<i>matriz triangular superior</i>	88	
<i>matrices nilpotentes</i>	88	
<i>matrices por bloques</i>	88	
<i>producto exterior</i>	88	
<i>matrices de contacto</i>	89	
<i>cadena de Markov</i>	89	
PROBLEMA PROYECTO: <i>matriz de población</i>	90	
1.7 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales	96	
1.8 Inversa de una matriz cuadrada	117	
<i>tipos especiales de matrices</i>	119	
<i>perturbaciones: matrices cercanas a una matriz no invertible</i>	120	
<i>criptografía</i>	121	
1.9 Transpuesta de una matriz	126	
PROBLEMA PROYECTO: <i>matrices ortogonales</i>	127	
1.10 Matrices elementales y matrices inversas	138	
1.11 Factorizaciones LU de una matriz	155	

2 Determinantes

2.1 Definiciones	184	
archivo tipo M, ornt.m <i>ilustración de la orientación de vectores antes y después de la manipulación de matrices</i>	186	

2.2	Propiedades de los determinantes	204	
2.4	Determinantes e inversas	217	
	PROBLEMA PROYECTO: <i>encriptado y desencriptado de mensajes</i>		218
2.5	Regla de Cramer	223	
3. Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3			
3.1	Vectores en el plano	239	
	archivo tipo M, lincomb.m <i>ilustración de un vector como una combinación lineal de dos vectores no paralelos</i>		240
3.2	El producto escalar y las proyecciones en \mathbb{R}^2	250	
	archivo tipo M, projtn.m <i>ilustración de la proyección de un vector sobre otro</i>		250
3.4	El producto cruz de dos vectores	272	
4 Espacios vectoriales			
4.2	Definición y propiedades básicas	299	
	archivo tipo M, vctrsp.m <i>ilustración de algunos axiomas en espacios vectoriales</i>		299
4.3	Subespacios	305	
4.4	Combinación lineal y espacio generado	312	
	<i>visualización de las combinaciones lineales</i>		312
	archivo tipo M, combo.m <i>ilustración de las combinaciones lineales de dos vectores</i>		312
	archivo tipo M, lincomb.m <i>ilustración de un vector como combinación lineal por partes de tres vectores</i>		312
	<i>producción de concreto</i>		315
4.5	Independencia lineal	333	
	<i>ciclos en digráficas e independencia lineal</i>		336
4.6	Bases y dimensión	346	
4.7	Rango, nulidad, espacio de los renglones y espacio de las columnas de una matriz	364	
	<i>aplicación geométrica del espacio nulo</i>		365
	<i>aplicación del espacio nulo a sistemas de ecuaciones</i>		365
	<i>exploración del rango de matrices especiales</i>		368
	<i>rango y productos de matrices</i>		368
	PROBLEMA PROYECTO: <i>ciclos en digráficas</i>		369
	PROBLEMA PROYECTO: <i>subespacio suma y subespacio intersección</i>		370
4.8	Cambio de base	385	
	<i>Cambio de base por rotación en \mathbb{R}^2</i>		388
	archivo tipo M, rotcoor.m <i>ilustración de combinaciones lineales respecto a bases diferentes</i>		390
	PROBLEMA PROYECTO: <i>cambio de base por rotación en \mathbb{R}^3; inclinación, desviación y giro</i>		390, 392
4.9	Bases ortonormales y proyecciones en \mathbb{R}^3	410	
	<i>proyección sobre un plano en \mathbb{R}^3</i>		412

	<i>matrices ortogonales: longitud y ángulo</i>	414
	<i>rotación de matrices</i>	415
	<i>reflexiones elementales</i>	416
	PROBLEMA PROYECTO: <i>rotación de matrices; cambio de base en \mathbb{R}^3</i>	417
4.10	Aproximación por mínimos cuadrados	430
	<i>eficiencia del combustible</i>	432
	<i>manufactura: temperatura y fuerza</i>	433
	archivo tipo M, mile.m <i>datos en forma vectorial sobre el año y los tiempos récord de carreras de una milla</i>	433
	<i>crecimiento de la población</i>	433
	<i>geología minera</i>	435
	PROBLEMA PROYECTO: <i>geología petrolera</i>	435
	PROBLEMA PROYECTO: archivo tipo M, astest <i>matriz de datos con calificaciones de exámenes de astronomía</i>	437
4.11	Espacios con producto interno y proyecciones	450

5 Transformaciones lineales

5.1	Definición y ejemplos	474
	<i>gráficas en computadora: creación de una figura</i>	474
	archivo tipo M, graphics.m <i>gráficas por computadora usando matrices</i>	475
5.3	Representación matricial de una transformación lineal	508
	<i>proyecciones</i>	509
	<i>reflexiones</i>	510
	PROBLEMA PROYECTO: <i>creación de gráficas y aplicación de transformaciones</i>	510
5.4	Isomorfismos	518
5.5	Isometrías	527

6 Eigenvalores, eigenvectores y formas canónicas

6.1	Eigenvalores y eigenvectores	550
	<i>teoría de gráficas</i>	554
	<i>geología</i>	556
6.2	Un modelo de crecimiento de población	561
	<i>poblaciones de pájaros</i>	561
	<i>teoría de gráficas</i>	563
	PROBLEMA PROYECTO: <i>gráficas de mapas</i>	564
6.3	Matrices semejantes y diagonalización	574
	<i>geometría</i>	575
6.4	Matrices simétricas y diagonalización	584
	<i>geometría</i>	584
6.5	Formas cuadráticas y secciones cónicas	596
6.6	Forma canónica de Jordan	605
6.8	Una perspectiva diferente: los teoremas de Cayley-Hamilton y Gershgorin	627